	CORPORACIÓN EDUCACIONAL MASÓNICA DE CONCEPCIÓN COLEGIO TÉCNICO PROFESIONAL "LOS ACACIOS" GUÍA DE APRENDIZAJE N°4 DE MATEMÁTICA NÚMEROS COMPLEJOS Nivel: NM3 Curso: Tercero Medio	Fecha	22 de junio de 2020	
		Autoevaluación		
NOMBRE:				

Instrucciones: La siguiente guía de aprendizaje tiene por objetivo que sigas aprendiendo sobre el ***Conjunto de los Números Complejos***. Encontrarás los ejercicios dados como ejemplos **(■)** y los ejercicios de tarea **(▲)** que deberás enviar a tu profesor o profesora, dentro de una semana de plazo, a los siguientes correos:

El plazo máximo de entrega es hasta el **lunes 06 de Julio.**

Profesora Deyanira Beltrán (3° medio B - D): d.beltran@coemco.cl
Profesor Emilio González (3° medio A – C): e.gonzalez@coemco.cl

POTENCIAS DE i

Podemos escribir algunas potencias de i de la siguiente manera considerando las propiedades comunes de las potencias:

$$i^0 = 1 \qquad i^4 = i^2 \cdot i^2 = -1 \cdot -1 = 1$$
$$i^1 = i \qquad i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$$
$$i^2 = -1 \qquad i^6 = i^4 \cdot i^2 = 1 \cdot -1 = -1$$
$$i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i \qquad i^7 = i^6 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

Como puedes darte cuenta en los ejemplos anteriores se observa que, cada cuatro potencias consecutivas de i se repiten siempre estos cuatro valores: 1 , i , -1 o $-i$

Por lo tanto, se observa lo siguiente:

$$i^0 = i^4 = i^8 = \ldots = 1$$
$$i^1 = i^5 = i^9 = \ldots = i$$
$$i^2 = i^6 = i^{10} = \ldots = -1$$
$$i^3 = i^7 = i^{11} = \cdots = -i$$

En conclusión, se puede establecer una regularidad para la potencia de i. Así:

- las potencias cuyos exponentes son múltiplos de 4 (se pueden dividir exactamente por 4), resultan 1,
- las potencias cuyos exponentes son múltiplos de 4 más 1, resultan i,
- las potencias cuyos exponentes son múltiplos de 4 más 2, resultan -1 y
- las potencias cuyos exponentes son múltiplos de 4 más 3, resultan $-i$.

O lo que es equivalente a decir que si "n" es el exponente de una potencia cualquiera de i:

Resulta 1 si $n:4$ tiene resto 0
Resulta i si $n:4$ tiene resto 1
Resulta -1 si $n:4$ tiene resto 2
Resulta $-i$ si $n:4$ tiene resto 3

En resumen:
Resto 0 $=$ 1
Resto 1 $=$ i
Resto 2 $=$ -1
Resto 3 $=$ $-i$

(■) Ejemplo N°1: Determinar el valor de i^{22}

Solución:

Paso 1: Dividir el exponente por 4 (siempre se divide por 4)

22 : 4 = 5
2 $\longrightarrow$ Resto 2

Paso 2: Buscar a qué valor le corresponde el resto de la división

En este caso el resto de la división es 2, por lo tanto (∴), el resultado es -1

Paso 3: Dar respuesta al ejercicio

$$i^{22} = -1$$

(■) Ejemplo N°2: Determinar el valor de $i^{235} = -i$

Solución: 23´5´: 4 = 58
3 5
3 → Resto 3 (al resto 3 le corresponde $-i$)

$\therefore \quad i^{235} = -i$

(■) Ejemplo N°3: Determinar el valor de $(i^5)^9$.

Observación: En este ejercicio primero debemos multiplicar entre si los exponentes (propiedad de las potencias) y seguir los pasos anteriores

Solución: $(i^5)^9 = i^{5\cdot 9} = i^{45}$

4´5´ : 4 = 11
0 5
1 → Resto 1 (Al resto 1 le corresponde i)

$\therefore \quad (i^5)^9 = i$

(▲) Ejercicio N° 1: ¿A cuál de las alternativas siguientes corresponde el valor de i^{123}?

A) 1

B) i

C) -1

D) $-i$

(▲) Ejercicio N° 2: ¿A cuál de las alternativas siguientes corresponde el valor de $(i^9)^7$?

A) 1

B) i

C) -1

D) $-i$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

Sean $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$. Entonces: $z_1 \pm z_2 = (a \pm c) + (b \pm d)i$

Es decir, se **suman** o **restan** las **partes reales** entre si y las partes **imaginarias** entre sí **(por separado).**

(■) Ejemplo N°1: Realiza la siguiente adición de números complejos en su forma binomial:

$(3 + 2i) + (8 - 5i) = 3 + 2i + 8 - 5i$

$= 11 - 3i$ (Partes reales: $3 + 8 = 11$; partes imaginarias: $2i - 5i = -3i$)

(■) Ejemplo N°2: Realiza la siguiente adición de números complejos en su forma binomial:

$$(1 + 3i) + (2 - 4i) + (6 - i) = 1 + 3i + 2 - 4i + 6 - i$$

$= 9 - 2i$ (Partes reales $1 + 2 + 6 = 9$, partes imaginarias $3i - 4i - i = -2i$)

(■) Ejemplo N°3: Realiza la siguiente sustracción de números complejos en su forma binomial:

$(3 + 2i) - (8 - 5i) = 3 + 2i - 8 + 5i$ (cambian los signos del segundo número complejo)

$= -5 + 7i$ (Partes reales $3 - 8 = -5$; partes imaginarias $2i + 5i = 7i$)

(▲) Ejercicio N° 3: ¿Cuál de las siguientes alternativas muestra la adición de los siguientes números complejos?

$$(8 - 12i) + (7 + 6i)$$

A) $-15 + 6i$
B) $15 - 6i$
C) $6 - 15i$
D) $-6 + 15i$

(▲) Ejercicio N° 4: El resultado de la adición de los siguientes números complejos es:

$$(7 + 8i) + (4 - 5i) + (2 + i)$$

A) $13 + 3i$
B) $13 + 4i$
C) $-13 + 4i$
D) $-13 - 4i$

(▲) Ejercicio N° 5: El resultado de la sustracción de los siguientes números complejos es:

$$(-10 + 3i) - (4 + 5i)$$

A) $-14 - 8i$
B) $14 + 8i$
C) $-2 - 14i$
D) $-14 - 2i$

(▲) Ejercicio N° 6: El resultado de las operaciones siguientes está dado en la alternativa:

$$(9 - 6i) + (4 - i) - (10 - 4i)$$

A) $3 + 3i$
B) $3 - 3i$
C) $23 - 11i$
D) $23 + 11i$

El talento depende de la inspiración, pero el esfuerzo depende de cada uno.				
Elaboró	***Deyanira Beltrán Gómez***	*Revisó y Autorizó*	***Srta. Valeria Zagal Riffo***	
			Jefa de UTP	