	CORPORACIÓN EDUCACIONAL MASÓNICA DE CONCEPCIÓN COLEGIO TÉCNICO PROFESIONAL “LOS ACACIOS” TALLER PRUEBA DE TRANSICION MATEMÁTICA PRÁCTICO N°11: PROBABILIDADES Nivel: NM4 Curso: Cuarto Medio	Fecha	Semana del 16 al 20 de noviembre	
		Puntaje		
NOMBRE:				

Instrucciones: Trabajo teórico-práctico desarrollado paso a paso en clases, con ejemplos y técnicas para responder preguntas de selección múltiple.

***Objetivos del Práctico N°11*:** En esta guía podrás resolver problemas que involucran probabilidades de uno, dos o más eventos mediante la regla de Laplace, Probabilidad Condicional o reglas de adición y multiplicación de probabilidades.

PROBABILIDADES

ESPACIO MUESTRAL

Se llama espacio muestral asociado a un experimento aleatorio, al conjunto de todos los resultados posibles de dicho experimento.

- Ejemplo 1: Lanzamiento de un dado: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- Ejemplo 2: Lanzamiento de una moneda S = {cara, sello}
- Ejemplo 3: Lanzamiento de tres monedas S = {CCC, CCS, CSC, SCC,CSS, SCS, SSC, SSS}

Cuando el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio tiene un número limitado de resultados y todos los sucesos elementales tienen la misma probabilidad se le conoce como **equiprobable**.

REGLA DE LAPLACE

En la práctica el cálculo de probabilidades se hace mediante la conocida Regla de Laplace.

P(A) : Probabilidad de un suceso A.

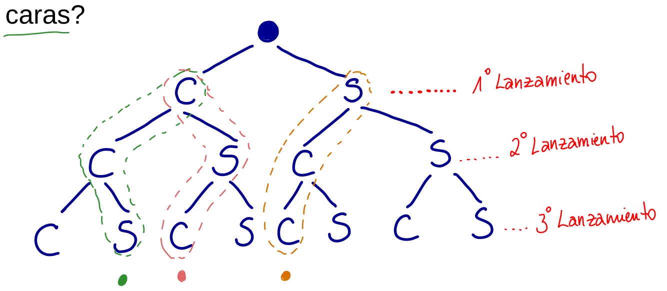
Casos favorables: todos los elementos que componen el suceso dado, del cual queremos calcular la probabilidad.

$$\boldsymbol{P(A) = \frac{\text{número de casos favorables al suceso } A}{\text{número de casos posibles}}}$$

DIAGRAMA DE ÁRBOL

Ejemplo 4: Si se lanzan 3 monedas, siendo cara (C) y sello (S), ¿cuál es la probabilidad de obtener 2 caras?

$P(\text{obtener 2 caras}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{8}$.



⇨ n° de casos posibles : 8.

PROBABILIDAD CONDICIONAL

Si A y B son dos sucesos, se llama ***“probabilidad de A condicionada a B”***, o ***“probabilidad de A dado B”*** a la fórmula:

$$\boldsymbol{P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

Ejemplo 5: En el experimento de lanzar un dado no cargado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número primo, sabiendo que el número que salió es menor a 4?

Espacio muestral = S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Evento A = obtener n° primo = {2, 3, 5} ⇨ $P(A) = \frac{3}{6}$

Evento B (condición) = obtener n° menor a 4 = {1, 2, 3} ⇨ $P(B) = \frac{3}{6}$

$A \cap B$ = obtener n° primo y n° menor a 4 = {2, 3} ⇨ $P(A \cap B) = \frac{2}{6}$

Luego, $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{6}}{3} = \frac{2}{3}$

La regla de la multiplicación es una consecuencia de la probabilidad condicional, para obtener la probabilidad de la intersección de eventos.

Cuando **un evento afecta al otro**: $\boldsymbol{P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad \rightarrow \quad P(A\cap B) = P(B)\cdot P(A/B)}$

$$\boldsymbol{P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad \rightarrow \quad P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B/A)}$$

Cuando los eventos son **independientes**: $\boldsymbol{P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)}$

Ejemplo 6: Una urna tiene bolas enumeradas del 1 al 10, si se extraen al azar dos bolas sucesivamente, a) si no hay reposición, ¿cuál es la probabilidad de sacar dos múltiplos de 3?

$S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

A = obtener un múltiplo de 3 = $\{3,6,9\}$

$P(A)$ = probabilidad de obtener un múltiplo de 3 = $\frac{3}{10}$.

Que no haya reposición significa que debemos ir modificando el tamaño del espacio muestral, como también la cantidad de casos favorables.

Así:

$P(\text{sacar dos múltiplos de 3}) = \underbrace{\boxed{\frac{3}{10}}}_{1° \text{ múltiplo}} \cdot \underbrace{\boxed{\frac{2}{9}}}_{2° \text{ múltiplo}} = \frac{\cancel{3}^{1}\cdot\cancel{2}^{1}}{\cancel{10}_{5}\cdot\cancel{9}_{3}} = \frac{1}{15}$ //

b) si hay reposición, ¿cuál es la probabilidad de sacar un 6 y un número primo?

Que haya reposición significa que se mantienen tanto el tamaño inicial del espacio muestral, como la cantidad de casos favorables:

$S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

A = obtener un 6 = $\{6\}$ ⇨ $P(A) = \frac{1}{10}$

B = obtener un n° primo = $\{2,3,5,7\}$ ⇨ $P(B) = \frac{4}{10}$

$P(\text{sacar un 6 y un n° primo}) = \underbrace{\boxed{\frac{1}{10}}}_{\text{que salga 6}} \cdot \underbrace{\boxed{\frac{4}{10}}}_{\text{que salga primo}} = \frac{\cancel{4}^{2}}{10\cdot\cancel{10}_{5}} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{10}_{5}\cdot 5} = \frac{1}{25}$ //

En cualquier modelo probabilístico, se A y B son eventos mutuamente excluyentes , entonces:

$$\boldsymbol{A\cap B = \emptyset \quad \rightarrow \quad P(A\cup B) = P(A) + P(B)}$$

Para eventos independientes, dependientes y compatibles:

$$\boldsymbol{P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)}$$

Ejemplo 7: Si se lanza un dado para obtener la mayor puntuación, ¿cuál es la probabilidad de obtener al menos un 4?

$S = \{1,2,3,4,5,6\}$

Obtener al menos un 4 = $\underbrace{\text{que salga 4}}_{A}$ o $\underbrace{\text{que salga 5}}_{B}$ o $\underbrace{\text{que salga 6}}_{C}$

$P(A) = 1/6$ $\quad P(B) = 1/6$ $\quad P(C) = 1/6$

⇨ $P(\text{obtener al menos un 4}) = P(A \text{ o } B \text{ o } C)$

$= P(A) + P(B) + P(C)$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

$= \frac{3}{6}$

$= \frac{1}{2}$ //

Ejercicio 1. Se hace una encuesta a un grupo de personas y se les consulta si consumen azúcar o si consumen miel. Los resultados obtenidos se resumen en la tabla adjunta.

Si del grupo se elige una persona al azar, resultando que es hombre y ninguno de los encuestados consume ambos productos a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que consuma miel?

	Mujeres	Hombres	TOTAL:
Azúcar	10	25	35
Miel	18	9	27
TOTAL:	28	34	62 TOTAL ENCUESTADOS

A) $\frac{27}{34}$

B) $\frac{27}{62}$

C) $\frac{34}{62}$

D) $\frac{9}{34}$

E) $\frac{9}{62}$

A = persona que consume miel ⇨ $P(A) = 27/62$

B = persona seleccionada que es hombre ⇨ $P(B) = 34/62$

A y B = persona que consume miel y es hombre ⇨ $P(A\cap B) = 9/62$

Así, $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{9}{62}}{\frac{34}{62}} = \frac{9}{\cancel{62}}\cdot\frac{\cancel{62}}{34} = \frac{9}{34}$ //

MINI ENSAYO

1. Un joven lanza 3 dados de seis caras al mismo tiempo. ¿Cuál es la probabilidad de que al multiplicar los valores obtenidos resulte un número mayor a 121?

A) $\frac{11}{215}$

B) $\frac{11}{216}$

C) $\frac{13}{216}$

D) $\frac{15}{216}$

E) $\frac{17}{216}$

2. Una bolsa contiene 4 bolas blancas, 5 bolas rojas y 11 bolas negras. Si se extrae una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea blanca o roja?

A) $\frac{1}{5}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{20}$

D) $\frac{9}{20}$

E) $\frac{11}{20}$

3. En un curso hay 15 hombres y 20 mujeres. Se sabe que 12 de esos hombres y 14 de esas mujeres prefieren pastel de selva negra y el resto prefiere pastel de piña. Si se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esa persona sea hombre y prefiera pastel de piña?

A) $\frac{1}{35}$

B) $\frac{3}{35}$

C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{1}{4}$

E) $\frac{15}{35}$

4. Juan está calculando la probabilidad de diversos eventos o sucesos. Si se lanza una moneda al aire tres veces consecutivas, ¿cuál es la probabilidad de no obtener caras?

A) $\frac{1}{8}$

B) $\frac{1}{5}$

C) $\frac{3}{8}$

D) $\frac{5}{8}$

E) $\frac{7}{8}$

5. Sean A y B dos sucesos independientes entre sí, tales que la probabilidad de que ocurra A es $\frac{2}{3}$ y la probabilidad de que ocurra B es $\frac{3}{4}$. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran A y B simultáneamente?

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{5}{7}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{12}{17}$

6. Al levantarse, Pedro puede hacer dos cosas: ducharse, con una probabilidad de 0,8 o preparar sus cosas para ir al colegio. Si se ducha primero, luego puede tomar o no desayuno, donde la probabilidad de tomar desayuno es 0,9. Pero si prepara sus cosas primero, luego puede tomar o no desayuno, donde la probabilidad de tomar desayuno es 0,6. En un día cualquiera, ¿cuál es la probabilidad de que Pedro NO tome desayuno?

A) 0,1

B) 0,16

C) 0,2

D) 0,4

E) 0,8

7.Si se lanzan 3 dados no cargados, ¿cuál es la probabilidad de que salgan 3 cincos?

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{2}{216}$

D) $\frac{5}{216}$

E) $\frac{1}{216}$

8. Se tiene un naipe inglés (52 cartas). Si se extrae una carta al azar, ¿cuál es la probabilidad de sacar un seis o un as?

A) $\frac{1}{52} \cdot \frac{1}{52}$

B) $\frac{1}{13} \cdot \frac{1}{13}$

C) $\frac{1}{52} + \frac{1}{52}$

D) $\frac{1}{13} + \frac{1}{13}$

E) Ninguna de las probabilidades anteriores.

9. Si se lanza un dado no cargado 4 veces seguidas y se obtiene el número 2 todas las veces. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzarlo nuevamente se vuelva a obtener un 2?

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{4}{6}$

C) $\frac{1}{6^2}$

D) $\frac{1}{6^3}$

E) $\frac{5}{6^3}$

10. En el mundial de fútbol de 2014 clasificaron 13 países europeos, 6 sudamericanos, 4 de Asia y Oceanía, 5 africanos y 4 de América Central y del Norte. ¿Cuál es la probabilidad de que gane la copa un país sudamericano o uno europeo?

A) $\frac{13}{32}$

B) $\frac{3}{16}$

C) $\frac{19}{32}$

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{32}{19}$

11. Andrés es el director técnico del equipo de fútbol Los Astros, el cual realiza un estudio estadístico para su próximo encuentro con su rival, el equipo de Los Cometas. El estudio de Andrés se centró en la probabilidad que tiene cada uno de los equipos en anotar una cierta cantidad de goles. Los resultados se los presenta a sus jugadores en uno de los entrenamientos, en una pizarra como la de la figura adjunta.
Según estos datos y considerando que convertir goles por parte de ambos equipos es independiente, ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a la probabilidad de que el partido entre estos dos equipos termine en empate?

Equipos \ Goles	0	1	2	3
Los Astros	0,19	0,37	0,30	0,14
Los Cometas	0,43	0,30	0,14	0,13

DEMRE / Universidad de Chile (2020). Modelo de Prueba de Matemática.

A) 0,19 · 0,43

B) (0,19 · 0,43) + (0,37 · 0,30) + (0,30 · 0,14) + (0,14 · 0,13)

C) (0,19 · 0,43) · (0,37 · 0,30) · (0,14 · 0,13)

D) (0,37 · 0,30) + (0,30 · 0,14) + (0,14 + 0,13)

E) (0,19 + 0,43) · (0,37 + 0,30) · (0,30 + 0,14) · (0,14 + 0,13)

12. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado 4 veces, **no** se obtenga un 6?
A) 0
B) $\frac{1}{1296}$
C) $\frac{10}{3}$
D) $\frac{2}{3}$
E) $\frac{625}{1296}$
13. Se tienen 2 cajas, una con 4 bolas blancas y 2 negras y la otra con 3 blancas y 5 negras. Si se saca una bola de cada caja, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean blancas?
A) $\frac{1}{6}$
B) $\frac{1}{5}$
C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{3}$
E) $\frac{1}{2}$
14. Si la probabilidad de que llueva mañana es de $\frac{5}{12}$, ¿cuál es la probabilidad de que **no** llueva mañana?
A) $\frac{7}{12}$
B) $\frac{5}{12}$
C) $\frac{12}{7}$
D) $\frac{12}{5}$
E) No se puede determinar con esa información.
15. En cierto experimento se tiene que para algún $p \geq 2$, $P(A) = \frac{p-1}{p}$ y $P(B) = \frac{p}{p^2-1}$, si los eventos son independientes, entonces, ¿cuál es la probabilidad de que ocurra A o B?
A) $\frac{p^2+1}{p^3-p}$
B) p
C) $\frac{p^3+p^2-p+1}{p^3+p}$
D) $\frac{p^3-p^2+1}{p^3-p}$
E) No son independientes.
16. Una ruleta tiene 36 sectores circulares iguales numerados del 1 al 36. Se puede determinar la probabilidad de que salga un número par o un número de color blanco si:

(1) La probabilidad de que salga un número azul es 1/4
(2) La ruleta está dividida en 4 sectores iguales, donde los 9 primeros son rojos, los 9 siguientes azules, los otros 9 blancos y los 9 restantes negros.

A) (1) por sí sola.
B) (2) por sí sola.
C) Ambas juntas, (1) y (2).
D) Cada una por sí sola, (1) o (2).
E) Se requiere información adicional.

Soluciones:
1. B 2. D 3. B 4. A 5. A 6. B 7. E 8. D 9. A 10. C 11. B 12. E 13. C

14. A 15. D 16. B

Mientras más grande el obstáculo mayor es la satisfacción tras superarlo				
Elaboró	***Daniela Valdebenito Espinoza***	*Revisó y Autorizó*	***Srta. Valeria Zagal Riffo***	
			Jefa de UTP	