

	CORPORACIÓN EDUCACIONAL MASÓNICA DE CONCEPCIÓN COLEGIO TÉCNICO PROFESIONAL “LOS ACACIOS”		Fecha	Semana del 23 al 27 de noviembre	
	TALLER PRUEBA DE TRANSICION MATEMÁTICA		Puntaje		
	PRÁCTICO N°12: LOGARITMOS				
Nivel: NM4	Curso: Cuarto Medio				
NOMBRE:					

Instrucciones: Trabajo teórico-práctico desarrollado paso a paso en clases, con ejemplos y técnicas para responder preguntas de selección múltiple.

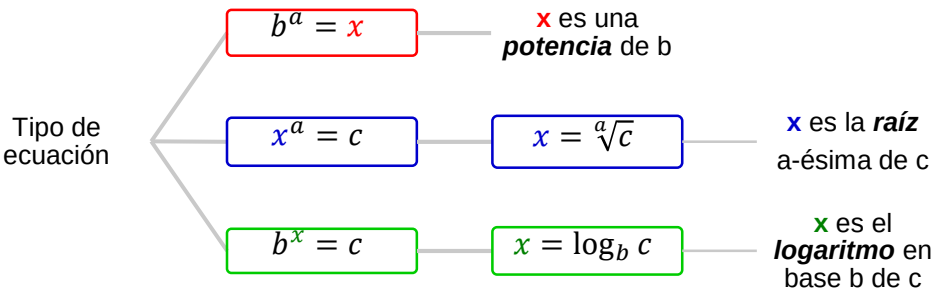
Objetivos del Práctico N°12: Esta guía te permitirá comprender el concepto y las propiedades de los logaritmos, verificando la relación que existe entre ellos con las potencias y las raíces. Además, podrás resolver problemas que involucren logaritmos.

LOGARITMOS

Sean a, b y c tres números reales tales que:

$$b^a = c$$

- Esta expresión genera tres tipos de problemáticas:
1. Cuando la **incógnita** de la ecuación es el **valor de la potencia**.
 2. Cuando la **incógnita** es la **base** de la potencia.
 3. Cuando la **incógnita** es el **exponente** de la potencia.



Sean $b, c \in \mathbb{R}^+$, $b \neq 1$, se define:

$$\log_b c = x \quad \leftrightarrow \quad b^x = c$$

Observación: Si la base es 10, se acostumbra no escribirse.

Veamos algunos ejemplos:

Ejemplo 1: $\log_2 x = 3$ $\downarrow$ $2^3 = x$ $8 = x$	Ejemplo 2: $\log_x 27 = -3$ $\downarrow$ $x^{-3} = 27$ $x^{-3} = 3^3$ $x^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$ $\downarrow$ $x = \frac{1}{3}$	Ejemplo 3: $\log_{\frac{3}{4}} x = 2$ $\downarrow$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = x$ $\frac{9}{16} = x$	Ejemplo 4: $\log_3 \frac{1}{81} = x$ $\downarrow$ $3^x = \frac{1}{81}$ $3^x = 81^{-1}$ $3^x = (3^4)^{-1}$ $3^x = 3^{-4} \Rightarrow x = -4$
--	---	--	---

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

$\log_b b = 1$	$\log_b 1 = 0$	$\log_b (b)^n = n$
$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$	• Logaritmo de un producto	
$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$	• Logaritmo de un cuociente	
$\log_b x^m = m \cdot \log_b x$	• Logaritmo de una potencia	
$\log_b \sqrt[n]{x^m} = \frac{m}{n} \cdot \log_b x$	• Logaritmo de una raíz	
$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$	• Cambio de base	

Ejemplo 5: $\log(2ab) = \log 2 + \log a + \log b //$	Ejemplo 6: $\begin{aligned}\log\left(\frac{\sqrt{x}}{2y}\right) &= \log \sqrt{x} - \log 2y \\ &= \log x^{\frac{1}{2}} - (\log 2 + \log y) \\ &= \frac{1}{2} \log x - \log 2 - \log y //$	Ejemplo 7: $\begin{aligned}\log\left(\frac{1}{3x}\right) &= \log 1 - \log 3x \\ &= 0 - (\log 3 + \log x) \\ &= -\log 3 - \log x //$
Ejemplo 8: Reduce lo máximo posible usando las propiedades de logaritmos: $\begin{aligned}\log a + 3 \log b - 5 \log c &= \\ &= \log a + \log b^3 - \log c^5 \\ &= \log (a \cdot b^3) - \log c^5 \\ &= \log \left(\frac{a \cdot b^3}{c^5}\right) //$	Ejemplo 9: Reduce lo máximo posible usando las propiedades de logaritmos: $\begin{aligned}\frac{\log a + \log b}{2} + 6 \log c &= \\ &= \frac{1}{2} (\log a + \log b) + 6 \log c \\ &= \frac{1}{2} \log (a \cdot b) + 6 \log c \\ &= \log (a \cdot b)^{\frac{1}{2}} + \log c^6 \\ &= \log ((a \cdot b)^{\frac{1}{2}} \cdot c^6) \\ &= \log (\sqrt{a \cdot b} \cdot c^6) //$	Ejemplo 10: Calcula el valor de: $\log_8 32 - \log_9 27 + \log_{16} 64 =$ Propiedad cambio de base. $\begin{aligned}&= \frac{\log_2 32}{\log_2 8} - \frac{\log_3 27}{\log_3 9} + \frac{\log_4 64}{\log_4 16} \\ &= \frac{5}{3} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{5}{3} //$

ECUACIONES LOGARITMICAS

Son aquellas ecuaciones en que la incógnita se encuentra, generalmente, en el argumento del logaritmo. Para mantener la igualdad entre las cantidades, se debe considerar la igualdad tanto entre las bases como entre los argumentos en ambos miembros de la ecuación.

Ejemplo 11: $\log(x - 5) = 4$ ↓ por def. log. $10^4 = x - 5$ $10000 + 5 = x$ $\boxed{10005 = x} //$	Ejemplo 12: $\log x - \log(6 - x) = 0$ $\log x = \log(6 - x)$ ↓ $x = 6 - x$ $2x = 6$ $x = \frac{6}{2}$ $\boxed{x = 3} //$
Ejemplo 13: $\log(x + 1) - \log x = 1$ $\log\left(\frac{x+1}{x}\right) = \log 10$ ↓ $\frac{x+1}{x} = 10$ $x+1 = 10x$ $1 = 9x$ $\boxed{\frac{1}{9} = x} //$	Ejemplo 14: $\log(x + 5) - \log(x + 3) = \log(x - 8) - \log(x + 1)$ $\log\left(\frac{x+5}{x+3}\right) = \log\left(\frac{x-8}{x+1}\right)$ ↓ $\frac{x+5}{x+3} = \frac{x-8}{x+1}$ $(x+5)(x+1) = (x-8)(x+3)$ $\cancel{x^2} + 6x + 5 = \cancel{x^2} - 5x - 24$ $11x = -29$ $\boxed{x = -\frac{29}{11}} //$

MINI ENSAYO

1. Si $2^{x+1} = 8^x$

- A) 2
- B) -2
- C) 0
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $-\frac{1}{2}$

2. $5^4 = 625$, expresando en forma logarítmica es:

- A) $\log_{625} 5 = 4 \log$
- B) $\log_{\frac{1}{4}} 625 = 5$
- C) $\log_5 \frac{1}{4} = 625$
- D) $\log_5 625 = 4$
- E) $\log_4 625 = 5$

3. Si a, b, c son números reales positivos, ¿cuál(es) de las siguientes relaciones NO representa(n) una propiedad correcta en los reales?

I. $\log \frac{a \cdot b}{c} = \log a + \log b - \log c$

II. $\log(a - b) = \frac{\log a}{\log b}$

III. $\log_{\frac{1}{a}} a = -1$

- A) Sólo II
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

4. Si $\log \sqrt{x} = \frac{1}{2}$, el valor de $\log x^2$ es:

- A) $\sqrt{10}$
- B) 20
- C) 10
- D) 2
- E) 1

5. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) equivalente(s) a $\log 30$?

I. $\log 3 + \log 5 + \log 2$

II. $10 \cdot \log 3$

III. $1 + \log 3$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

6. Al simplificar $\frac{\log 16 - \log 8}{\log 8}$ se obtiene:

- A) $\log 3 - \log 2$
- B) $\log 2$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{1}{3}$
- E) 1

7. Si $x > 0$ y $\log_3 x^2 = 8$, entonces x es:
- A) 0
 B) 1
 C) 3
 D) 3^2
 E) 3^4
8. Si $A = \log_2 8$, $B = \log 50$ y $C = \log 2$, ¿cuál es el valor de $A + B + C$?
- A) 60
 B) 5
 C) 4
 D) 3
 E) 1
9. ¿Cuál de las siguientes igualdades es verdadera?
- A) $\log_3 6 \cdot \log_3 12 = \log_3 72$
 B) $\log 6 + \log 3 = \log 9$
 C) $\frac{\log 21}{\log 3} = \log 7$
 D) $\log_3 27 = 9$
 E) $\log \sqrt[5]{3} = \frac{1}{5} \log 3$
10. Si $p > 1$, entonces $\log_3(\log_p p^9)$ es igual a:
- A) 2
 B) 27
 C) $3p$
 D) p^2
 E) $9p^2$
11. $\frac{1}{2} \log_p q - (\log_p m - \log_p n)$
- A) $\log_p \sqrt{\frac{q}{m \cdot n}}$
 B) $\log_p \frac{\sqrt{q}}{m \cdot n}$
 C) $\log_p \frac{\sqrt{q \cdot n}}{m}$
 D) $\log_p \frac{\sqrt{q \cdot m}}{n}$
 E) $\log_p \frac{n \cdot \sqrt{q}}{m}$
12. Se puede conocer el valor de $\sqrt{n}$ si se conoce que:
- (1) $\log_n 2 = \frac{1}{2}$
 (2) $\log 2^n - \log 10^n \cdot \log 2$
- A) (1) por sí sola.
 B) (2) por sí sola.
 C) Ambas juntas, (1) y (2).
 D) Cada una por sí sola, (1) o (2).
 E) Se requiere información adicional.

Soluciones:
 1. D 2. D 3. A 4. C 5. D 6. D 7. E 8. B 9. E 10. A 11. E 12. A

Mientras más grande el obstáculo mayor es la satisfacción tras superarlo			
Elaboró	Daniela Valdebenito Espinoza	Revisó y Autorizó	Srta. Valeria Zagal Riffo
			Jefa de UTP